CANPOINT

练习册

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学

细分课时

分层设计

落实基础

突出重点

详答单本

选择性必修第三册 RJB

江西美术出版社
全国百佳出版单位

图书介绍

01 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

课前预习　知识导学　素养初识

◆ 知识点一　等比数列的定义

一般地，如果数列$\{a_n\}$从第 2 项起，每一项与它的前一项之比都等于______，即______恒成立，则称$\{a_n\}$为等比数列，其中 $q(q\neq 0)$称为等比数列的______.(数列至少应该有 3 项)

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)若数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=2a_n(n\in \mathbf{N}^*)$，那么$\{a_n\}$是等比数列.　(　　)

(2)常数列一定为等比数列.　(　　)

◆ 知识点二　等比数列的通项公式

1. 一般地，如果等比数列$\{a_n\}$的首项是 a_1，公比是 q，那么根据等比数列的定义可知，等比数列的通项公式是______.

等比数列的通项公式说明，只要确定了等比数列的首项与公比，就可以写出等比数列中的每一项.

2. 等比数列任意两项间的关系：如果 a_n 是等比数列$\{a_n\}$的第 n 项，a_m 是等比数列$\{a_n\}$的第 m 项，且 $m\leqslant n$，公比为 q，则有______.

3. 在等比数列$\{a_n\}$中，$\frac{a_m}{a_n}=$______或 $a_m=$______.

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

课中探究　考点探究　素养小结

◆ 探究点一　等差中项及其应用

例 1 (1)[2023·安徽淮北师大附中高二月考]在等差数列$\{a_n\}$中，$a_5+a_{13}=40$，则 $a_8+a_9+a_{10}=$　(　　)

A. 72　　B. 60

C. 48　　D. 36

(2)已知数列 8，a，2，b，c 是等差数列，则 a，b，c 的值分别为______，______，______.

变式 (1)等差数列 $1+x$，$2x+2$，$5x+1$，…的第 4 项等于　(　　)

A. 10　　B. 6

C. 8　　D. 12

(2)[2024·贵州安顺高二期末]已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$a_{n+1}=\lambda a_n-4(\lambda>1,n\in \mathbf{N}^*)$，且 a_2+2 是 a_1 和 a_2+6 的等差中项，则实数 λ 的值为______.

[素养小结]

a，b，c 成等差数列的充要条件是 $b=\frac{a+c}{2}$(或 $2b=a+c$)，可用来进行等差数列的判定，如要证$\{a_n\}$为等差数列，可证 $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}(n\in \mathbf{N}^*)$.

◆ 探究点二　等差数列的性质的应用

例 2 (1)已知$\{a_n\}$为等差数列，$a_7=2$，则 $a_1+a_5+a_7+a_9+a_{13}=$　(　　)

A. 4　　B. 6

C. 8　　D. 10

(2)已知数列$\{a_n\}$为等差数列，$a_1=3$，若数列$\{a_n^2\}$也为等差数列，则 $a_n=$______.

变式 在等差数列$\{a_n\}$中，若 $a_7+a_{10}=a_{11}+3$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_{11}$ 的值是　(　　)

A. 33　　B. 66

C. 22　　D. 44

[素养小结]

与等差数列的性质有关的问题，意在考查逻辑推理、数学运算的核心素养.求解的关键：

(1)等差数列任意两项间的关系 $a_n=a_m+(n-m)d$ 常用于求其他项或求公差；

(2)若 $n+m=2p(p,m,n\in \mathbf{N}^*)$，则 $a_n+a_m=2a_p$，常用于求两项的等差中项；

(3)若 $n+m=p+q(p,q,m,n\in \mathbf{N}^*)$，则 $a_n+a_m=a_p+a_q$，常用于两项和的转化.

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ **题型三　等差、等比数列的函数特性**

[类型总述] (1)数列的单调性;(2)数列中的最大(小)项.

例3 (1)[2024·山东烟台高二期中] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,$a_1>0$,且$S_3=S_{16}$,则S_n取得最大值时,$n=$　(　　)

A. 9　　B. 10

C. 9或10　　D. 10或11

(2)(多选题)[2024·辽宁抚顺一中高二期中] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,公差为d,且$S_{32}>S_{30}>S_{31}$,则下列说法正确的是　(　　)

A. $a_{31}<0$

B. $d<0$

C. 当$n=31$时,S_n取得最小值

D. 使$S_n<0$成立的n的最大值为62

变式 (1)(多选题)[2023·安徽芜湖高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的公差$d>0$,则下列说法中正确的有　(　　)

A. 数列$\{a_{2n-1}\}$是等差数列

B. 数列$\{2a_n-1\}$是等差数列

C. 数列$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$是递增数列

D. 数列$\{a_n+3nd\}$是递增数列

(2)(多选题)[2024·河南淮阳一中高二期末] 已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和,且$a_{13}+a_{14}>0$,$a_3+a_{13}+a_{23}<0$,则　(　　)

A. $a_{14}>0$

B. $\{a_n\}$为递增数列

C. S_n的最小值为S_{14}

D. $S_{26}>0$

04 课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

9. (多选题)下列说法中正确的是　(　　)

A. $f(x)=x+\frac{1}{e^x}(x\in\mathbf{R})$的最小值为1

B. $f(x)=\frac{e^x}{x}(x>0)$的最小值为1

C. $f(x)=x-\ln x(x>0)$的最小值为1

D. $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}(x>0)$的最小值为1

▶ **思维探索** 选做题

*__15.__ 已知函数$f(x)=\ln x$,$g(x)=2x$,若存在m,n使得$f(m)=g(n)$,则mn的最小值是________.

16. 已知函数$f(x)=a\ln x-x^2$.

(1)讨论$f(x)$的单调性;

(2)若$a\neq0$,$f(x)\leqslant 8\ln 2-4$恒成立,求实数a的取值范围.

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

滚动习题(三)

范围6.1～6.2

(时间:45分钟　分值:100分)

一、单项选择题:本大题共6小题,每小题5分,共30分.

1. 在高台跳水运动中,t s时运动员相对于水面的高度$h(t)$(单位:m)满足$h(t)=-4.9t^2+6.5t+10$,则运动员在2 s时的瞬时速度是　(　　)

A. -3.3 m/s

B. -13.1 m/s

C. 13.1 m/s

D. 3.3 m/s

二、多项选择题:本大题共2小题,每小题6分,共12分.

7. [2023·长春吉大附中高二月考] 下列求函数的导数正确的是　(　　)

A. $[\ln(2x+1)]'=\frac{2}{2x+1}$

B. $(e^2)'=2e$

C. $[(\sqrt{2x-1})]'=\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$

D. $\left[\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\right]'=-2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

目录 Contents

05 第五章　数列
PART FIVE

06 第六章　导数及其应用

PART SIX

测 评 卷

练习册 PRACTISE

第五章　数列

5.1　数列基础

5.1.1　数列的概念

一、选择题

1. 若数列$\{a_n\}$的前4项依次是$\frac{1}{2}$,$-\frac{1}{3}$,$\frac{1}{4}$,$-\frac{1}{5}$,则此数列的通项公式可能为$a_n=$　(　　)

A. $\frac{(-1)^{n-1}}{n}$　　B. $\frac{(-1)^n}{n}$

C. $\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$　　D. $\frac{(-1)^n}{n+1}$

2. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\begin{cases}3n+1, n\text{是奇数},\\2n-2, n\text{是偶数},\end{cases}$则$a_2\cdot a_3=$　(　　)

A. 70　B. 28　C. 20　D. 8

3. 已知函数$f(x)=x+\frac{1}{x}$,设数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=f(n)(n\in\mathbf{N}_+)$,则下列说法中错误的是　(　　)

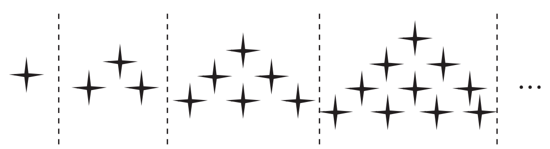
A. $\{a_n\}$是无穷数列　　B. $\{a_n\}$是递增数列

C. $\{a_n\}$不是常数列　　D. $\{a_n\}$中有最大项

4. [2024·陕西咸阳高二期中] 斐波那契数列:1,1,2,3,5,8,13,21,…每项被4除所得的余数构成数列$\{a_n\}$,则$a_{2029}=$　(　　)

A. 1　B. 2　C. 0　D. 3

5. 如图,各图案中星星的个数构成数列$\{a_n\}$,则该数列的一个通项公式是　(　　)



A. $a_n=n^2-n+1$　　B. $a_n=\frac{n(n-1)}{2}$

C. $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$　　D. $a_n=\frac{n(n+2)}{2}$

6. 大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论,主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理,数列中的每一项都代表太极衍生过程中曾经经历过的两仪数量总和,是中国传统文化中隐藏着的世界数学史上第一道数列题.大衍数列的前10项依次是0,2,4,8,12,18,24,32,40,50,则此数列的第40项为　(　　)

A. 648　B. 722　C. 800　D. 882

7. [2024·四川乐山高二期末] 已知数列1,$\sqrt{3}$,$\sqrt{5}$,$\sqrt{7}$,3,…,按此规律,$3\sqrt{3}$是该数列的　(　　)

A. 第11项　　B. 第12项

C. 第13项　　D. 第14项

8. (多选题)[2023·湖北荆州高二期末] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{n}{3n-16}$,则　(　　)

A. 数列$\{a_n\}$为递增数列

B. $a_4+a_8=2a_6$

C. a_5为最小项

D. a_6为最大项

9. (多选题)对于无穷数列$\{a_n\}$,定义:$b_n=a_n-\frac{1}{a_n}(n\in\mathbf{N}_+)$,称数列$\{b_n\}$是$\{a_n\}$的“倒差数列”,则下列说法正确的有　(　　)

A. 若数列$\{a_n\}$是递增数列,则数列$\{b_n\}$为递增数列

B. 若数列$\{b_n\}$是常数列,$a_{n+1}-a_n\neq0$,则$a_{n+2}=a_n$

C. 若$a_n=1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n$,则数列$\{b_n\}$没有最小项

D. 若$a_n=1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n$,则数列$\{b_n\}$有最大项

二、填空题

10. 如图,三角形数阵由数列2,5,8,11,14,…排列而成,按照此规律,下列结论正确的是________.(填序号)

2
5　8
11　14　17
20　23　26　29
…　…　…　…　…

①数阵中第7行从左至右第4个数是74;
②数阵中第8行从左至右第4个数是101;
③数阵中第10行的第1个数是137;
④数阵中第10行从左至右第4个数是146.

11. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{2n-5}{2^n}(n\in\mathbf{N}^*)$,则数列$\{a_n\}$的最大项为第________项.

12. 在数列$\{a_n\}$中,对任意的正整数n,都有$a_n=n^2+\lambda n$成立.若数列$\{a_n\}$是递增数列,则实数λ的取值范围是________.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. 写出以下各数列$\{a_n\}$的一个通项公式.(可以不写过程)

(1)3,5,9,17,33,…;

(2)$\frac{2}{3}$,$\frac{4}{15}$,$\frac{6}{35}$,$\frac{8}{63}$,…;

(3)$\frac{3}{2}$,1,$\frac{5}{8}$,$\frac{3}{8}$,…;

(4)1,0,$-\frac{1}{3}$,0,$\frac{1}{5}$,0,$-\frac{1}{7}$,0,….

14. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{n^2}{n^2+1}(n\in \mathbf{N}^*)$,数列$\{b_n\}$的通项公式为$b_n=n^2+1(n\in \mathbf{N}^*)$.

(1)0.98是不是数列$\{a_n\}$中的项?

(2)判断数列$\{a_n\}$的单调性,并求该数列的最小项.

(3)若$c_n=\lg a_n+\lg b_n(n\in \mathbf{N}^*)$,求满足$c_n>3$的最小正整数$n$的值.

▶思维探索 选做题

15. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\begin{cases}2^n-1,n\leqslant 4,\\-n^2+(a-1)n,n\geqslant 5,\end{cases}$若$a_5$是$\{a_n\}$的最大项,则实数$a$的取值范围是________.

16. [2024·北京延庆区高二期末]已知数列$\{a_n\}$具有性质A:对任意$a_i,a_j(i\leqslant j,i,j\in \mathbf{N}_+)$,都存在$a_k$,使得$a_k=a_ia_j$.分别判断以下两个数列是否满足性质$A$,并说明理由.

(1)有穷数列$\{a_n\}$:$a_n=2n-1(n=1,2,3)$;

(2)无穷数列$\{b_n\}$:$b_n=2^{n-1}(n=1,2,3,\cdots)$.

5.1.2 数列中的递推

一、选择题

1. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$a_{n+1}=3-a_n$,则$a_{10}=$ ( )

A. -2　B. 2　C. 1　D. -1

2. [2024·上海闵行区高二期中] 数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=3a_n$,$a_3+a_4=2$,则$a_4+a_5=$ ( )

A. 2　B. 3　C. 6　D. 8

3. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=-\frac{1}{2}$,$a_{n+1}=\frac{1}{1-a_n}$,则下列各数不是数列$\{a_n\}$中的项的是 ( )

A. $-\frac{1}{2}$　B. $\frac{2}{3}$　C. $\frac{3}{2}$　D. 3

4. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且满足$S_n=2^n-1$,则$a_{10}=$ ( )

A. 256　B. 512

C. 1024　D. 2048

5. 若S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,且$S_n=2a_n-2$,则当$n\geqslant 2$时,a_n与a_{n-1}的关系为 ( )

A. $a_n=2a_{n-1}$　B. $a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}$

C. $a_n=-2a_{n-1}$　D. $a_n=-\frac{1}{2}a_{n-1}$

6. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+3, n\text{ 为奇数},\\ 2a_n+1, n\text{ 为偶数},\end{cases}$则$a_6=$ ( )

A. 16　B. 25　C. 28　D. 33

★7. [2023·哈尔滨三中高二月考] 设$\Omega(a_n)$表示落在区间$[n,a_n]$内的偶数个数,已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}-a_n=4n(n\in\mathbf{N}^*)$,$a_1=8$,则$\Omega(a_9)=$ ( )

A. 71　B. 72　C. 73　D. 76

8. (多选题)[2024·甘肃金昌高二期中] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=-\frac{1}{2}$,$a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$,记数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$,则 ( )

A. $a_3=\frac{2}{3}$

B. $S_{3n+3}-S_{3n}=\frac{19}{6}$

C. $S_{19}=19$

D. $a_{n-1}a_na_{n+1}=-1(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$

9. (多选题)已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$S_n=\frac{n+2}{3}a_n$,则$\frac{a_n}{a_{n-1}}$的值不可能为 ( )

A. 2　B. 5　C. 3　D. 4

二、填空题

10. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=2$,$a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$,则$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$________.

11. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,$a_1=1$,$S_n=2a_{n+1}$,则$S_5=$________.

12. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_n=a_1+\frac{1}{2}a_2+\frac{1}{3}a_3+\cdots+\frac{1}{n-1}a_{n-1}(n\geqslant 2)$,则$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$________.

三、解答题

13. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n(n\in\mathbf{N}^*)$,且$\frac{1}{2}S_1+\frac{1}{2^2}S_2+\cdots+\frac{1}{2^n}S_n=3n+5$,求$a_1$,$a_2$及数列$\{a_n\}$的通项公式.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

14. [2024·浙江金华十校高二期末]已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=m(m\in\mathbf{N}_+)$,且$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2},a_n\text{为偶数},\\ 3a_n+1,a_n\text{为奇数}.\end{cases}$

(1)设S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,若$a_1=32$,求S_{30};

(2)若$a_6=1$,求m的所有取值的和.

▶思维探索 选做题

15. (多选题)在无穷数列$\{b_n\}$中,若$b_p=b_q(p,q\in\mathbf{N}^*)$时,总有$b_{p+1}=b_{q+1}$,则定义$\{b_n\}$为"阶梯数列".设$\{a_n\}$为"阶梯数列",其前$n$项和为$S_n$,且$a_1=a_4=1,a_5=\sqrt{3},a_8a_9=2\sqrt{3}$,则 ( )

A. $a_7=1$　　B. $a_8=2a_4$

C. $S_{10}=10+3\sqrt{3}$　　D. $a_{2024}=\sqrt{3}$

16. 已知各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足$2S_n=a_na_{n+1}-1,a_1=a$.

(1)求证:$a_{n+2}-a_n$是一个定值;

(2)若数列$\{a_n\}$是一个递增数列,求a的取值范围.

5.2 等差数列

5.2.1 等差数列

第1课时 等差数列的定义和通项公式

一、选择题

1. [2024·北京育才学校高二期中] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n-3$且$a_1=7$,则a_3的值是 ( )

A. -3　B. 4　C. 1　D. -2

2. [2023·湖北十堰高二期中] 已知$\{a_n\}$是首项为1,公差为3的等差数列,如果$a_k=2023(k\in\mathbf{N}_+)$,则$k$等于 ( )

A. 667　B. 668　C. 669　D. 675

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=90-2n$,则这个数列中为正数的项共有 ( )

A. 44项　B. 45项

C. 90项　D. 无穷多项

4. 已知数列$\{a_n\}$是首项为2,公差为3的等差数列,数列$\{b_n\}$是首项为-2,公差为4的等差数列.若$a_n=b_n$,则n的值为 ( )

A. 4　B. 5　C. 6　D. 7

5. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_2+a_3=3$,$a_4+a_5+a_6=21$,则$\{a_n\}$的公差为 ( )

A. 2　B. 3　C. 6　D. 18

6. [2024·河南南阳高二期末] 若$\{a_n\}$是各项均为正数的等差数列且为无穷数列,$a_3+a_9=6$,则$\{a_n\}$的公差d的取值范围是 ( )

A. $[1,2)$　B. $\left(0,\frac{3}{5}\right)$

C. $\left(\frac{3}{5},+\infty\right)$　D. $\left[0,\frac{3}{5}\right)$

★**7.** 已知数列$\left\{\frac{2}{a_n+1}\right\}$是等差数列,且$a_1=1$,$a_3=-\frac{1}{3}$,那么$a_{2024}=$ ( )

A. $\frac{1011}{1012}$　B. $-\frac{1011}{1012}$

C. $\frac{2020}{2023}$　D. $-\frac{2020}{2023}$

8. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的首项为$-\frac{3}{2}$,若数列$\{a_n\}$从第6项起出现正数,则公差d的值可能为 ( )

A. $\frac{1}{3}$　B. $\frac{3}{10}$　C. $\frac{3}{8}$　D. $\frac{3}{7}$

9. (多选题)"数列$\{a_n\}$为等差数列"的充要条件可以是 ( )

A. 当$n\geqslant 2$时,$a_{n+1}-a_n=d$(d为常数)

B. $a_n=kn+b$(k,b为常数)

C. $a_1=1$,$a_{n+1}=\frac{a_n}{1+2a_n}$

D. $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$

二、填空题

10. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=(\sqrt{a_n}+3)^2$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$________.

11. 已知数列$\{a_n\}$的首项为$\frac{1}{3}$,且$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+5(n\in\mathbf{N}^*)$,则$a_6=$________.

12. [2023·河南南阳高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{2}{3}$,$a_{n+1}=\frac{2a_n}{a_n+2}$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为____________.

三、解答题

13. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_2+a_5=24$,$a_{17}=66$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求a_{2028}.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

14. 已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=a$,$a_2=p$(常数$p>0$),对任意的正整数n,$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$,且S_n满足$S_n=\frac{n(a_n-a_1)}{2}$.

(1)求a的值.

(2)试判断数列$\{a_n\}$是不是等差数列?若是,求出其通项公式;若不是,说明理由.

▶ 思维探索 选做题

15. [2023·长沙雅礼中学高二月考]已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+1, n\text{为奇数},\\ a_n+2, n\text{为偶数}.\end{cases}$记$b_n=a_{2n}$,则数列$\{b_n\}$的通项公式为__________.

16. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{1}{5}$,且当$n>1$,$n\in\mathbf{N}^*$时,有$\frac{a_{n-1}}{a_n}=\frac{2a_{n-1}+1}{1-2a_n}$,设$b_n=\frac{1}{a_n}$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求证:数列$\{b_n\}$为等差数列.

(2)a_1a_2是否为数列$\{a_n\}$中的项?如果是,是第几项;如果不是,请说明理由.

第 2 课时　等差数列的性质

一、选择题

1. 已知 m 和 $2n$ 的等差中项是 4，$2m$ 和 n 的等差中项是 5，则 m 和 n 的等差中项是　（　）

A. 2　　B. 3
C. 6　　D. 9

2. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_7+a_9=16$，则 $a_4+a_{12}=$　（　）

A. 15　　B. 16
C. 31　　D. 64

3. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_4+a_7=58$，$a_2+a_5+a_8=44$，则 $a_3+a_6+a_9$ 的值为　（　）

A. 30　　B. 27
C. 24　　D. 21

4. 在等差数列$\{a_n\}$中，a_7，a_9 是一元二次方程 $x^2-6x-7=0$ 的两个实根，则 $2a_3+3a_{10}+a_{12}=$　（　）

A. 6　　B. 9
C. 18　　D. 27

5. 已知 $x\neq y$，数列 x,a_1,a_2,y 与 x,b_1,b_2,b_3,y 都是等差数列，则$\dfrac{a_2-a_1}{b_2-b_1}$的值是　（　）

A. $\dfrac{4}{3}$　　B. $\dfrac{3}{4}$
C. $\dfrac{5}{4}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

6. [2024·湖南长沙雅礼中学高二期中] 已知等差数列$\{a_n\}$为递增数列，a_3 与 a_7 的等差中项为 8，且 $a_2\cdot a_8=-17$，则$\{a_n\}$的公差 $d=$　（　）

A. 5　　B. 4
C. 3　　D. 2

7. 已知数列$\{a_n\}$，则“$a_{n-2}+a_{n+2}=2a_n(n\geqslant 3,n\in\mathbf{N}^*)$”是“数列$\{a_n\}$是等差数列”的　（　）

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

8. (多选题)若无穷数列$\{a_n\}$是等差数列，且各项均为正数，$a_7+a_9=10$，则　（　）

A. $a_2+a_8+a_{14}=15$
B. 当 $a_1=\dfrac{3}{2}$时，$\{a_n\}$的公差为 2
C. $\{a_n\}$的公差 d 的取值范围是$\left(0,\dfrac{5}{7}\right)$
D. 当 a_{14} 为整数时，a_{14} 的最大值为 9

9. (多选题)[2024·江苏镇江句容中学高二月考] 已知等差数列$\{a_n\}$的首项是正数，记 S_n 为其前 n 项和，若 $a_1+a_2+a_3=S_{10}$，则下列结论中正确的有　（　）

A. $d<0$
B. $S_{13}=0$
C. $\{a_n\}$是先增后减的数列
D. $S_6=S_7$ 且为 S_n 的最大值

二、填空题

10. 在等差数列$\{a_n\}$中，若 $a_7=m$，$a_{14}=n$，则 $a_{21}=$________；若 $a_3=5$，则 $a_1+2a_4=$________.

11. 在等差数列$\{a_n\}$中，若 $a_1+a_5+a_9=39$，$a_3+a_7+a_{11}=27$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为________.

12. 已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_2+a_4+2a_7=12$，则 $2a_9-a_{13}$ 的值为________.

三、解答题

13. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列，且公差为 d.

(1)若 $a_{15}=8$，$a_{60}=20$，求 a_{105} 的值；

(2)若 $a_2+a_3+a_4+a_5=34$，$a_2a_5=52$，求公差 d.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

14. (1)三个数成等差数列,其和为 9,前两项之积为后一项的 6 倍,求这三个数.

(2)四个数成递增的等差数列,中间两项的和为 2,首末两项的积为-8,求这四个数.

▶ 思维探索 选做题

15. (多选题)若数列$\{a_n\}$是等差数列,其公差$d>0$,则下列关于数列$\{b_n\}$的说法正确的是 ( )

A. 若$b_n=-a_n$,则数列$\{b_n\}$是递减数列

B. 若$b_n=a_n^2$,则数列$\{b_n\}$是递增数列

C. 若$b_n=a_n+a_{n+1}$,则数列$\{b_n\}$是公差为d的等差数列

D. 若$b_n=a_n+n$,则数列$\{b_n\}$是公差为$d+1$的等差数列

16. 已知数列$\{a_n\}$满足$2^{a_{n+1}}=2^{a_n}+2^{\log_4 8}$,$n\in\mathbf{N}^*$,且$a_1=\dfrac{3}{2}$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

(2)是否存在正整数n,使得a_n,a_{n+1},a_{n+2}成等差数列?若存在,求出n的值;若不存在,请说明理由.

5.2.2 等差数列的前 n 项和

第 1 课时 等差数列的前 n 项和公式

一、选择题

1. 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_2=2$，公差 $d=2$，则 $S_{10}=$ ( )

A. 200　　B. 100

C. 90　　D. 80

2. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_1=2$，$S_3=12$，则 $a_6=$ ( )

A. 8　　B. 10

C. 12　　D. 14

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_7=21$，$a_2=5$，则$\{a_n\}$的公差 $d=$ ( )

A. -3　　B. 3

C. 1　　D. -1

★**4.** 已知数列$\{a_n\}$为等差数列，它的前 n 项和为 S_n，若 $S_n=(n+1)^2+\lambda$，则 λ 的值是 ( )

A. -2　　B. -1

C. 0　　D. 1

5. 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_{m-1}=-2$ $(m\geqslant 2)$，$S_m=0$，$S_{m+1}=3$，则 $m=$ ( )

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

6. 设 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_1=1$，公差 $d=2$，且 $S_{n+2}-S_n=36$，则 n 的值为 ( )

A. 7　　B. 8

C. 9　　D. 10

7. 设 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_3=-3$，$S_7=-7$，则 S_n 的最小值为 ( )

A. -12　　B. -15

C. -16　　D. -18

8. (多选题)[2024·黑龙江哈尔滨高二期末] 已知$\{a_n\}$是等差数列，S_n 是其前 n 项的和，则下列结论正确的是 ( )

A. 若 $a_n=2n-25$，则 S_n 取最小值时 n 的值为 12

B. 若 $a_n=-3n+27$，则 S_n 的最大值为 108

C. 若 $S_{13}=S_{17}$，则必有 $S_{30}=0$

D. 若 $a_1>0$，$S_6=S_{12}$，则 S_n 取最小值时 n 的值为 9

9. (多选题)[2023·湖北孝感高二期末] 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_8>0$，$S_{17}<0$，则下列结论正确的有 ( )

A. $a_8+a_9<0$

B. $a_9<0$

C. 数列$\{a_n\}$为递减数列

D. 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $S_n\leqslant S_8$

二、填空题

10. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_2+a_7+a_{12}=30$，则 $a_7=$________，$S_{13}=$________.

11. [2023·河北沧州高二期中] 在公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$中，S_n 为其前 n 项的和，若 $S_{30}=5(a_5+3a_{10}+2a_k)$，则正整数 $k=$________.

12. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，a_1 为整数，$a_2=-13$，$S_n\geqslant S_8$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=$________.

三、解答题

13. 在等差数列$\{a_n\}$中，S_n 为其前 n 项和，$a_1=3$，$a_5+a_6=24$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若 $b_n=\dfrac{S_n}{n}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

14. [2024·陕西韩城高二期中] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$a_3a_{10}=-40$，$S_5=-20$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求使$\frac{S_n}{a_n}<1$成立的n的取值集合.

思维探索 选做题

15. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和S_n满足$S_m=p$，$S_p=m(m\neq p)$，则$S_{m+p}=$________.

16. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，公差为d，且$a_3=12$，$S_{12}>0$，$S_{13}\leqslant 0$.

(1)求d的取值范围.

(2)若$d\in\mathbf{Z}$，则S_n是否存在最大值？若存在，求使得S_n取得最大值的n的值；若不存在，请说明理由.

第 2 课时　等差数列的前 n 项和的性质及其应用

一、选择题

1. 若$\{a_n\}$为等差数列,其前 n 项和为 S_n,$S_4=2$,$S_8=6$,则 $S_{12}=$　　(　　)

A. 10　　B. 12　　C. 14　　D. 16

2. 已知$\{a_n\}$为等差数列,若 $a_1+a_2+a_3=5$,$a_7+a_8+a_9=10$,则 $a_{19}+a_{20}+a_{21}=$　　(　　)

A. 19　　B. 20　　C. 21　　D. 22

3. 把 100 个面包分给 5 个人,使每个人所得成等差数列,且使较大的三份之和是较小的两份之和的 7 倍,则最小的一份面包个数为　　(　　)

A. $\frac{5}{3}$　　B. $\frac{10}{3}$　　C. $\frac{5}{6}$　　D. $\frac{11}{6}$

4. [2024·广东茂名高二期末] 已知一个等差数列的项数为奇数,其中所有奇数项的和为 264,所有偶数项的和为 253,则此数列的项数是　　(　　)

A. 43　　B. 45　　C. 47　　D. 49

5. [2024·湖北黄冈高二期中] 设 S_n,T_n 分别是等差数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的前 n 项和,若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{n}{2n+1}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$,则$\frac{a_5}{b_6}=$　　(　　)

A. $\frac{5}{13}$　　B. $\frac{9}{19}$　　C. $\frac{11}{23}$　　D. $\frac{9}{23}$

★6. 某大楼共有 12 层,有 11 人在第 1 层上了电梯,他们分别要去第 2 至 12 层,每层 1 人.因特殊原因,电梯只能停在某 1 层,其余 10 人都要步行到所要去的楼层,假设初始的“不满意度”为 0,每位乘客每向下步行 1 层的“不满意度”增量为 1,每向上步行 1 层的“不满意度”增量为 2,要使得 10 人的“不满意度”之和最小,电梯应该停在　　(　　)

A. 第 7 层　　B. 第 8 层

C. 第 9 层　　D. 第 10 层

7. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$a_2=2$,$S_7=28$,则数列$\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前 2023 项和为(　　)

A. $\frac{2023}{2024}$　　B. $\frac{2022}{2023}$

C. $\frac{2021}{2024}$　　D. $\frac{2023}{2025}$

8. (多选题)已知数列$\{a_n\}$是公差不为 0 的等差数列,其前 n 项和为 S_n,且满足 $a_1+5a_3=S_8$,则下列选项正确的有　　(　　)

A. $a_{10}=0$　　B. $S_7=S_{12}$

C. S_{10} 最小　　D. $S_{20}=0$

9. (多选题)[2024·广东广雅中学高二期中] 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,若$\{a_n\}$的公差 $d>0$,则下列说法一定正确的有　　(　　)

A. S_3,S_6-S_3,S_9-S_6 成等差数列

B. $\frac{S_3}{3}$,$\frac{S_6}{6}$,$\frac{S_9}{9}$成等差数列

C. 若等差数列$\{a_n\}$的项数为 $2n+1$,$S_{奇}$ 为所有奇数项的和,$S_{偶}$ 为所有偶数项的和,则 $S_{奇}-S_{偶}=a_{n+1}$

D. 若 $S_9-S_6=0$,则当 $n=7$ 时,S_n 取得最小值

二、填空题

10. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,则“$a_{2024}=0$”是“$S_n=S_{4047-n}$ $(n<4047,n\in\mathbf{N}^*)$”的________条件.(填“充分不必要”“必要不充分”“充要”“既不充分也不必要”中的一个)

11. 某经销商投资 60 万元建了一个蔬菜生产基地.第一年支出各种费用 8 万元,以后每年支出的费用比上一年多 2 万元,每年销售蔬菜的收入为 26 万元.设 $f(n)$表示前 n 年的纯利润($f(n)$=前 n 年的总收入-前 n 年的总支出费用-投资额),则 $f(n)=$________(用 n 表示),该蔬菜生产基地从第________年开始盈利.

12. 《张邱建算经》是我国古代数学史上的杰作,该书中有首古民谣记载了一个数列问题:“南山一棵竹,竹尾风割断,剩下三十节,一节一个圈,头节高五寸①,头圈一尺三②,逐节多三分③,逐圈少分三④,一蚁往上爬,遇圈则绕圈.爬到竹子顶,行程是多远?”此民谣提出的问题的答案为________尺.(注释:①第 1 节的高度为 0.5 尺;②第一圈的周长为 1.3 尺;③每节比其下面的一节多 0.03 尺;④每圈周长比其下面的一圈少 0.013 尺)

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

三、解答题

13. [2023·太原师范学院附中高二月考] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为377,项数n为奇数,且前n项中奇数项的和与偶数项的和之比为7∶6,求$\{a_n\}$的中间项.

14. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_2=2,a_{n+2}-a_n=3$.

(1)求a_{2n};

(2)当n为奇数时,求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n.

▶ 思维探索 选做题

15. 已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$均为等差数列,其前n项和分别为S_n,T_n,且$\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{12-2n}{n+3}$,若$\dfrac{a_n}{b_n}\geqslant\lambda$对任意的$n\in\mathbf{N}^*$恒成立,则实数$\lambda$的最大值为 ( )

A. $\dfrac{5}{2}$　　B. 0　　C. -2　　D. 2

16. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,$a_2+a_5=12$,$S_4=16$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式.

(2)数列$\{b_n\}$满足$b_n=\dfrac{1}{4S_n-1}$,T_n为数列$\{b_n\}$的前n项和,是否存在正整数$m,k(1<m<k)$,使得$T_k=3T_m^2$?若存在,求出m,k的值;若不存在,请说明理由.

滚动习题(一)

范围 5.1～5.2

(时间:45 分钟　分值:100 分)

一、单项选择题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 已知数列$\{a_n\}$为 3,5,7,9,…,则该数列的通项公式可能是 (　　)

A. $a_n=2n+1$　　B. $a_n=2^n+1$

C. $a_n=2^{n+1}$　　D. $a_n=2^{n+1}-1$

2. [2024·江西宜春丰城中学高二月考]已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数,首项 $a_1=3$,且数列$\{\log_3 a_n\}$是以-2为公差的等差数列,则 $a_3=$ (　　)

A. $\frac{1}{27}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. 1　　D. 9

3. 已知 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,$a_5=-2$,$S_{15}=150$,则公差 $d=$ (　　)

A. 6　　B. 5

C. 4　　D. 3

4. [2024·北京怀柔区高二期末]若 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,$S_8>S_n(n\neq 8,n\in\mathbf{N}^*)$,则 (　　)

A. $a_8\geqslant 0,a_9<0$　　B. $a_8>0,a_9<0$

C. $a_8=0,a_9<0$　　D. $a_8>0,a_9=0$

5. 已知等差数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n,T_n,且$\frac{a_n}{b_n}=\frac{2n+3}{3n-1}$,则$\frac{S_{11}}{T_{11}}=$ (　　)

A. $\frac{15}{17}$　　B. $\frac{25}{32}$　　C. 1　　D. 2

6. [2024·黑龙江哈尔滨六中高二期中]已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1+3a_2+5a_3+\cdots+(2n-1)a_n=n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$,若 $b_n=a_n\cdot a_{n+1}$,则$\{b_n\}$的前 2024 项和为 (　　)

A. $\frac{2023}{4047}$　　B. $\frac{2024}{4049}$

C. $\frac{4046}{4047}$　　D. $\frac{4048}{4049}$

二、多项选择题:本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $S_{2023}<0$,$S_{2024}>0$,则下列结论正确的是 (　　)

A. $\{a_n\}$是递减数列

B. $a_{1012}<0,a_{1013}>0$

C. $|a_{1013}|>|a_{1012}|$

D. $S_n\geqslant S_{1012}$

8. [2023·重庆巴蜀中学高二月考]已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $a_1=-5$,$a_{n+1}=a_n+2$,则下列说法正确的是 (　　)

A. $\{a_n\}$是递增数列

B. 数列$\{S_n\}$的最小项为 S_6

C. 数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$是等差数列

D. $S_m,S_{2m},S_{3m}(m\in\mathbf{N}^*)$成等差数列

三、填空题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

9. 已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n\cdot 2^n}{n+1}$,其中 $a_1=1$,则 $a_8=$________.

10. [2023·甘肃庆阳六中高二月考]一个等差数列共有 $2n$ 项,奇数项的和与偶数项的和分别为 24 和 30,且末项比首项大 10.5,则该数列的项数是________.

11. 一同学在电脑中打出如图所示的图形(○表示空心圆,●表示实心圆),将这若干个圆依此规律继续下去,得到一系列的圆,那么前 2006 个圆中共有________个实心圆.

○●○○●○○○●○○○○●…

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

四、解答题：共大题共 3 小题，共 43 分.

12. (13 分)记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $a_1=-7$，$S_3=-15$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求 S_n 的最小值.

13. (15 分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 满足 $S_n=n^2(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\left\{\dfrac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前 n 项和 T_n.

14. (15 分)已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n-2n+1$.

(1)计算 a_2，a_3，猜想$\{a_n\}$的通项公式并加以证明；

(2)设 $b_n=\dfrac{a_n^3}{3^{a_n}}$，求数列$\{b_n\}$取得最大值时 n 的值.